МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Оренбургской области

Управление образования администрации г. Орска

МАОУ «Гимназия № 1 г. Орска»

РАССМОТРЕНО	СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДЕНО
на заседании педагогического совета МАОУ «Гимназия № 1 г. Орска»	заместитель директора	Директор МАОУ «Гимназия № 1 г. Орска»
	_________Никонова С. И.	_________Солонов Е. А.
Протокол №1 от 30. 08. 022 г	Протокол №1 от 30. 08. 022 г	Приказ № от 30. 08.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного курса «Практикум по решению математических задач»

для 5 – 7 классов основного общего образования
на 2022 - 2023 учебный год

Составитель: Хрычева Маргарита Николаевна
учитель математики

г. Орск
2022

Содержание учебного курса

АРИФМЕТИКА

Натуральные числа. Натуральный ряд. Десятичная система счисления. Арифметические действия над натуральными числами. Степень с натуральным показателем.

Числовые выражения, значение числового выражения. Порядок действий в числовых выражениях со скобками и без скобок. Решение текстовых задач арифметическими способами.

Делители и кратные. Свойства и признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Простые и составные числа, решето Эратосфена. Разложение натурального числа на простые множители. Основная теорема арифметики. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Деление с остатком.

Дроби. Обыкновенные дроби. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части. Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий.

Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной. Конечные и бесконечные десятичные дроби.

Масштаб на плане и на карте. Отношение. Пропорция. Основное свойство пропорции, применение пропорций и отношений при решении задач.

Среднее арифметическое чисел. Решение практических задач с применением среднего арифметического.

Проценты. Нахождение процентов от величины, величины по её процентам. Выражение отношения в процентах. Решение текстовых задач на проценты.

Рациональные числа. Целые числа: положительные, отрицательные и нуль. Модуль (абсолютная величина) числа. Множество рациональных чисел.

Рациональное число как дробь $\frac{m}{n}$, где m – целое, n – натуральное число.

Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Свойства арифметических действий: переместительные, сочетательные, распределительные. Решение текстовых задач арифметическим способом. Задачи на движение, работу. Задачи на части, доли, проценты.

Координатная прямая. Изображение чисел точками координатной прямой. Действительные числа.

Действительные числа как бесконечные десятичные дроби.

Измерения, приближения, оценки. Единицы измерения длины, площади, объёма, массы, времени, скорости.

Приближённое значение величины, точность приближения. Округление натуральных чисел и десятичных дробей. Прикидка и оценка результатов вычислений.

АЛГЕБРА

Алгебраические выражения. Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Подстановка выражений вместо переменных. Преобразования выражений на основе свойств арифметических действий. Равенство буквенных выражений.

Уравнения. Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства числовых равенств. Линейное уравнение. Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Декартовы координаты на плоскости.

Неравенства. Числовые неравенства.

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

Описательная статистика. Представление данных в виде таблиц, диаграмм,графиков.

ЛОГИКА И МНОЖЕСТВА

Теоретико-множественные понятия. Множество, элемент множества. Задание множеств перечислением элементов, характеристическим свойством. Стандартные обозначения числовых множеств. Пустое множество и его обозначение. Подмножество. Объединение и пересечение множеств.

Иллюстрация отношений между множествами с помощью диаграммЭйлера-Венна.

Элементы логики. Определение. Пример и контрпример.

НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Фигуры в окружающем мире. Наглядные представления о фигурах на плоскости: точка, прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг.

Четырехугольник, прямоугольник, квадрат, ромб. Равенство диагоналей прямоугольника. Свойства квадрата.

Треугольник, виды треугольников (остроугольные, прямоугольные, тупоугольные). Неравенство треугольника. Катеты и гипотенуза прямоугольного треугольника. Виды треугольников (равнобедренный, равносторонний, разносторонний). Высота, основание треугольника. Сумма углов треугольника Площадь прямоугольного и произвольного треугольника. Теорема Пифагора.

Правильные многоугольники. Изображение основных геометрических фигур. Взаимное расположение двух прямых: параллельные и перпендикулярные прямые. Длина отрезка, ломаной. Единицы измерения длины. Построение отрезка заданной длины. Правило чтения равенств и неравенств, составленных для длин отрезков.

Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира. Биссектриса угла. Смежные и вертикальные углы.

Периметр многоугольника. Периметр прямоугольника. Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближённое измерение площади фигур на клетчатой бумаге. Равновеликие фигуры.

Подобие фигур. Коэффициент подобия. Сходственные стороны подобных треугольников.

Окружность, центр, радиус и диаметр окружности. Число π. Формула длины окружности. Многоугольник, вписанный в окружность. Правильный многоугольник. Формула площади круга. Центральный угол. Круговой сектор.

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. Многогранники. Правильные многогранники. Примеры развёрток многогранников, цилиндра и конуса.

Прямоугольный параллелепипед и пирамида. Вершины, грани, рёбра. Прямая призма. Грани, основания, вершины, рёбра прямой призмы. Формула площади поверхности прямоугольного параллелепипеда, куба.

Понятие объёма; единицы объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда, куба. Формулы объёма шара и площади сферы.

Понятие о равенстве фигур. Центральная, осевая и зеркальная симметрии. Изображение симметричных фигур. Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.

МАТЕМАТИКА В ИСТОРИЧЕСКОМ РАЗВИТИИ

История формирования понятия числа: натуральные числа, дроби. Старинные системы записи чисел. Делимость чисел. Решето Эратосфена. Дроби в Вавилоне, Египте, Риме, Индии, на Руси. Леонардо Фибоначчи, Максим Плануд. Открытие десятичных дробей. Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер. История появления процентов. С. Стевин, ал-Каши, Л. Ф. Магницкий. Появление отрицательных чисел и нуля.

В основное программное содержание учебного предмета включены дополнительные вопросы, способствующие расширению математического кругозора, освоению более продвинутого математического аппарата, математических способностей. Расширение содержания математического образования в этом случае даёт возможность существенно обогатить круг решаемых математических задач.

Планируемые результаты изучения учебного курса «Практикум по решению математических задач»Раздел « Арифметика»

Натуральные числа. Дроби

Ученик научится:

– понимать особенности десятичной системы счисления;

– понимать и использовать термины и символы, связанные с понятием степени числа; вычислять значения выражений, содержащих степень с натуральнымпоказателем;

– применять понятия, связанные с делимостью натуральных чисел;

– оперировать понятием обыкновенной дроби, выполнять вычисления с обыкновенными дробями;

– оперировать понятием десятичной дроби, выполнять вычисления с десятичными дробями;

– понимать и использовать различные способы представления дробных чисел; переходить от одной формы записи чисел к другой, выбирая подходящую для конкретного случая форму;

– оперировать понятиями отношения и процента;

– решать текстовые задачи арифметическим способом;

– применять вычислительные умения в практических ситуациях, в том числе требующих выбора нужных данных или поиска недостающих.

Ученик получит возможность научиться:

– проводить несложные доказательные рассуждения;

– исследовать числовые закономерности и устанавливать свойства чисел наоснове наблюдения, проведения числового эксперимента;

– применять разнообразные приёмы рационализации вычислений.

Рациональные числа

Ученик научится:

– распознавать различные виды чисел: натуральное, положительное, отрицательное, дробное, целое, рациональное; правильно употреблять и использовать термины и символы, связанные с рациональными числами;

– отмечать на координатной прямой точки, соответствующие заданным числам; определять координату отмеченной точки;

– сравнивать рациональные числа;

– выполнять вычисления с положительными и отрицательными числами.

Ученик получит возможность научиться:

– выполнять вычисления с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы вычислений, применяя при необходимости калькулятор;

– использовать приёмы, рационализирующие вычисления;

– контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

Измерения, приближения, оценки

Ученик научится:

– округлять натуральные числа и десятичные дроби;

– работать с единицами измерения величин;

– интерпретировать ответ задачи в соответствии с поставленным вопросом.

Ученик получит возможность научиться:

– использовать в ходе решения задач представления, связанные с приближёнными значениями величин.

Раздел «Алгебра»

Ученик научится:

– использовать буквы для записи общих утверждений (например, свойстварифметических действий, свойств нуля при умножении), правил, формул;

– оперировать понятием «буквенное выражение»;

– осуществлять элементарную деятельность, связанную с понятием «уравнение»;

– выполнять стандартные процедуры на координатной плоскости: строитьточки по заданным координатам, находить координаты отмеченных точек.

Ученик получит возможность:

– приобрести начальный опыт работы с формулами: вычислять по формулам, в том числе используемым в реальной практике; составлять формулы по условиям, заданным задачей или чертежом;

– переводить условия текстовых задач на алгебраический язык, составлять уравнение, буквенное выражение по условию задачи;

– познакомиться с идеей координат, с примерами использования координат в реальной жизни.

Раздел «Вероятность и статистика»

Ученик научится:

– работать с информацией, представленной в форме таблицы, столбчатой иликруговой диаграммы.

Ученик получит возможность:

– понять, что одну и ту же информацию можно представить в разной форме (в виде таблицы или диаграммы), и выбрать более наглядное для её интерпретации представление.

Раздел «Наглядная геометрия»

Ученик научится:

– распознавать на чертежах, рисунках, в окружающем мире пространственные геометрические фигуры, конфигурации фигур, описывать их, используя геометрические термины, описывать свойства фигур; различать развёртки куба, параллелепипеда, пирамиды, цилиндра и конуса;

– изображать геометрические фигуры и конфигурации с помощью чертежных инструментов и от руки на нелинованной и клетчатой бумаге;

– измерять с помощью инструментов и сравнивать длины отрезков и величиныуглов, строить отрезки заданной длины и углы заданной величины;

– делать простейшие выводы, опираясь на знание свойств геометрическихфигур, на основе классификации углов, треугольников, четырёхугольников;

– вычислять периметры многоугольников, площади многоугольников, объёмы параллелепипедов;

– распознавать на чертежах, рисунках, находить в окружающем мире и изображать симметричные фигуры; две фигуры, симметричные относительно прямой; две фигуры, симметричные относительно точки; применять полученные знания в реальных ситуациях.

Ученик получит возможность научиться:

– исследовать и описывать свойства геометрических фигур (плоских и пространственных), используя наблюдения, измерения, эксперимент, моделирование, в том числе компьютерное моделирование и эксперимент;

– конструировать геометрические объекты, используя бумагу, пластилин, проволоку и др.;

– конструировать орнаменты и паркеты, изображая их от руки, с помощью инструментов, а также используя компьютер;

– определять вид простейших сечений пространственных фигур, получаемых путём предметного или компьютерного моделирования.

Тематическое планирование учебного курса
5 класс

№	Тема	Дата	Количество часов
1	Плюс-минус один		1
2	Обратный ход		1
3	Примеры на вычисление		1
4	Скобки и знаки		1
5	Составление чисел из цифр		1
6	Арифметика и весы		1
7	Принцип Дирихле		1
8	Рыцари и лжецы		1
9	Числовые великаны		1
10	Числовые карлики		1
11	Прикидка при решении примеров и задач		1
12	Текстовые задачи. Движение		1
13	Факториал		1
14	Комбинаторика. Правило суммы и произведения		1
15	Правило суммы и произведения		1
16	Переливания		1
17	Взвешивания		1
18	Переливания и взвешивания		1
19	Разрезания. Метод пропеллера		1
20	Круги Эйлера.		
21	Инварианты		1
22	Чётность		1
23	Разбиение на пары		1
24	Геометрия (фигуры на клетчатой бумаге)		1
25	Геометрия (длины на клетчатой бумаге)		1
26	Геометрия (площади на клетчатой бумаге)		1
27	Числовые ребусы		1
28	Центральная симметрия		1
29	Осевая симметрия		1
30	Комбинаторика		1
31	Графы		1
32	Комбинаторика и графы		1
33	Логические задачи		1
34	Решение логических задач		1

Рабочая программа

элективного курса по математике

«Практикум решения математических задач»

6 класс

<u>Составитель:</u> Романенко Наталья Александровна,

учитель математики МАОУ «Гимназия №1 г.Орска»»

г. Орск, 2022 г.

Пояснительная записка

Учебный предмет «Практикум решения математических задач» (далее «ПРМЗ») является самостоятельным отдельным курсом и рассчитан на 34 часов (1 час в неделю) для работы с учащимися 6 классов и предусматривает повторное, параллельное с основным предметом «Математика 6» рассмотрение теоретического материала по математике. Поэтому имеет большое образовательное значение, способствует развитию логического мышления, намечает и использует целый ряд межпредметных связей (прежде всего с историей, физикой).

Кроме этого, рабочая программа курса ориентирована на материалы Федерального компонента государственного стандарта основного общего образования по математике, утвержденного приказом Минобразования России. Стандарт опубликован в издании "Федеральный компонент государственного стандарта общего образования.

Психологические исследования проблемы обучения решению задач показывают, что основная причина недостаточной сформированности у обучающихся общих умений и способностей в решении задач кроется в отсутствии постоянного анализа собственной деятельности, выделения в ней общих методов действий и их теоретических основ.

Этот курс предлагает учащимся знакомство с математикой как с общекультурной ценностью, выработкой понимания ими того, что математика является инструментом познания окружающего мира и самого себя.

Если в изучении предметов естественнонаучного цикла очень важное место занимает эксперимент и именно в процессе эксперимента и обсуждения его организации и результатов формируются и развиваются интересы ученика к данному предмету, то в математике эквивалентом эксперимента является решение задач. Собственно весь курс математики может быть построен и, как правило, строится на решении различных по степени важности и трудности задач. Место элективного курса в учебной программе.

Данная программа элективного курса «Практикум решения математических задач» своим содержанием может привлечь внимание учащихся 6 классов.

К 6 классу часть школьников начинают испытывать затруднения при решении текстовых задач. Причин здесь несколько, в том числе и неумение решать задачи с помощью математического моделирования.

На занятиях этого предмета есть возможность устранить пробелы ученика по тем или иным темам. При этом решение задач предлагается вести двумя основными способами: арифметическим и алгебраическим через составление математической модели. Учитель помогает выявить слабые места ученика, оказывает помощь при систематизации материала, готовит правильно оформлять то или иное задание, предлагает для решения экзаменационные задачи прошлых лет.

Кроме этого, одно из направлений предмета – подготовка школьников к успешной сдаче экзаменов в форме ОГЭ. С 2011 года в задания ГИА-9 по математике были включены задачи по теории вероятности и комбинаторике, задачи геометрического характера. Это было учтено в элективном курсе «Практикум решения математических задач». Стоит отметить, что навыки решения математических задач совершенно необходимы каждому ученику, желающему хорошо подготовиться и успешно сдать выпускные экзамены по математике, добиться значимых результатов при участии в математических конкурсах и олимпиадах.

Исторические моменты в рамках предмета будут особо привлекательны для учеников с гуманитарными наклонностями. Не исключено, что данный курс поможет ученику найти свое призвание в профессиональной деятельности, требующей использования точных наук. Поэтому его можно использовать в рамках подготовки к профессиональной ориентации обучающихся.

Основная цель курса «Практикум решения математических задач» – научить решать (любые) задачи, научить работать с задачей, анализировать каждую задачу и процесс ее решения, выделяя из него общие приемы и способы, т.е., научить такому подходу к задаче, при котором задача выступает как объект тщательного изучения, исследования, а ее решение – как объект конструирования и изобретения. Таким образом, изучение курса будет способствовать формированию основных способов математической деятельности.

Кроме того, целями элективного курса ставятся:

- совершенствование общеучебных навыков и умений, приобретенных учащимися ранее;
- целенаправленное повторение ранее изученного материала;
- развитие формально-оперативных алгебраических умений до уровня, позволяющих уверенно использовать их при решении задач математики и смежных предметов (география, физика, химия, информатики и др.);
- усвоение аппарата уравнений как основного средства математического моделирования прикладных задач;
- осуществление функциональной подготовки школьников;

Необходимо отметить, что в данном курсе высока доля самостоятельности учащихся, как на самом занятии, так и во время выполнения домашнего практикума.

Задачи предмета:

1) дать ученику возможность проанализировать свои способности;

2) оказать ученику индивидуальную и систематическую помощь при повторении ранее изученных материалов по математике, а также при решении задач двумя основными способами: арифметическим и алгебраическим.

3) подготовить учащихся к самостоятельному решению математических задач;

Функции элективного курса:

- ориентация на совершенствование навыков познавательной, организационной деятельности;
- коррекция знаний и умений обучающихся по отдельным темам по математике.

Методы и формы обучения.

Методы и формы обучения определяются требованиями профилизации обучения, с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся, развития и саморазвития личности. В связи с этим основные приоритеты методики изучения учебного предмета:

- обучение через опыт и сотрудничество;
- учет индивидуальных особенностей и потребностей учащихся;
- интерактивность (работа в малых группах, ролевые игры, тренинги, вне занятий возможен метод проектов);

- системно-деятельностный подход (большее внимание к личности учащегося, а не целям учителя, равноправное их взаимодействие).

Для работы с обучающимися безусловно применимы такие формы работы, как лекция и беседа. Помимо этих традиционных форм рекомендуется использовать также дискуссии, выступления с докладами. Возможны различные формы творческой работы учащихся, как например, «защита решения», отчет по результатам «поисковой» работы на страницах книг, журналов, сайтов в Интернете по указанной теме. Таким образом, данный элективный курс не исключает возможности проектной деятельности учащихся во внеурочное время. Итогом такой деятельности могут быть творческие работы: стихотворения, рисунки и т.д.

Предлагаемый предмет является развитием системы ранее приобретенных программных знаний, его цель - создать целостное представление о теме и значительно расширить спектр задач, посильных для учащихся. При направляющей роли учителя школьники могут самостоятельно сформулировать новые для них понятия, алгоритмы. Все должно располагать к самостоятельному поиску и повышать интерес к изучению предмета.

Организация на занятиях должна несколько отличаться от урочной: ученику необходимо давать время на размышление, учить рассуждать. В курсе заложена возможность дифференцированного обучения.

Таким образом, программа применима для различных групп школьников, в том числе, не имеющих хорошей подготовки. В этом случае, учитель может сузить требования и предложить в качестве домашних заданий создание творческих работ, при этом у детей развивается интуитивно-ассоциативное мышление, что, несомненно, поможет им при выполнении заданийОГЭ.

Основная функция учителя в данном курсе *состоит в «сопровождении» учащегося в его познавательной деятельности*, коррекции ранее полученных учащимися ЗУН.

Содержание курса

Элективный курс **«Практикум решения математических задач» делится на четыре части:**

Часть 1. ***Логические задачи. Введение в теорию вероятности*** **(9 часов).** Эта часть посвящена решению задач по теории вероятности из разделов «События и их вероятности», «Комбинаторные задачи». Основой стала книга Н. Виленкин, В. Потапов. «Задачник-практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики» . В данной части рассматриваются основные типы задач с процентами: нахождение процентов от числа, нахождение числа по его процентам, изменение величины в процентах.

Часть 3. ***Задачи на движение*** **(10 часов)**. Основные задачи, рассматриваемые в разделе: задачи на встречное движение, на движение вдогонку, движение в разные стороны, движение по реке.

Часть 4. ***Пропорции.*****(6 часов).** В данной части рассматриваются задачи с пропорциональными величинами.

Курс завершается занятием «Восхождение на математический Олимп»

Резервные 2 часа отводятся для решения задач по курсу (подведение итогов курса).

Предмет обеспечивается наличием дидактического материала, собранного и систематизированного учителем

Особенность принятого подхода элективного курса «Практикум решения математических задач» состоит в том, что для занятий по математике предлагаются небольшие фрагменты, рассчитанные на 2-3 урока, относящиеся к различным разделам школьной математики.

Каждое занятие, а также все они в целом направлены на то, чтобы развить интерес школьников к предмету, познакомить их с новыми идеями и методами, расширить представление об изучаемом в основном курсе материала, а главное, порешать интересные задачи.

Ожидаемый результат:

Обучающийся должен

знать/понимать:

- существо понятия алгоритма; примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости; приводить примеры такого описания (путь, скорость, время, движение и т.д.);
- как потребности практики привели математическую науку к необходимости применения моделирования;
- значение математики как науки;
- значение математики в повседневной жизни, а также как прикладного инструмента в будущей профессиональной деятельности

уметь:

- решать задания, по типу приближенных к заданиям государственной итоговой аттестации (базовую часть)

иметь опыт (в терминах компетентностей):

- работы в группе, как на занятиях, так и вне,
- работы с информацией, в том числе и получаемой посредством Интернет

Календарно-тематичекое планирование учебного материала

№	Тема урока	Количество часов	Домашнее задание
1	Урок 1. Признаки делимости.	1	карточка
2	Урок 2. Простые и составные числа	1	карточка
3	Урок 3 НОД и НОК.	1	карточка
4	Урок 4. Задачи на сложение и вычитание, сравнение обыкновенных дробей	1	карточка
5	Урок 5. Задачи на сложение и вычитание, сравнение смешанных чисел	1	карточка
6	Урок 6. Задачи на умножение и деление обыкновенных дробей, смешанных чисел.	1	карточка
7	урок 7. Задачи на нахождение дроби от числа	1	карточка
8	Урок 8. Задачи на нахождение числа по его дроби	1	карточка
9	Урок 9. Отношения и пропорции.	1	карточка

10	Урок 10. Задачи на пропорцию.	1	карточка
11	Урок 11. Прямая и обратные пропорциональности.	1	карточка
12	Урок 12. Понятие процента. Исторические сведения.	1	карточка
13	Урок 13. Процентное отношение двух чисел.	1	карточка
14	Урок 14. Задачи на проценты	1	карточка
15	Урок 15. Решение сложных задач на проценты.	1	карточка
16	Урок 16. Деление числа в данном отношении	1	карточка
17	Урок 17. Деление фигуры в данном отношении	1	карточка
18	Урок18. Задачи на сложение и вычитание, сравнение десятичных дробей	1	карточка
19	Урок 19. Длина окружности.	1	карточка
20	Урок 20 . Площадь круга	1	карточка
21	Урок 21. Решение уравнений: нахождение компонентов сложения и вычитания	1	карточка
22	Урок 22. Решение уравнений: нахождение компонентов умножения и деления.	1	карточка
23	Урок 23. Решение задач с помощью уравнений	1	карточка
24	Урок 24. Решение задач на совместную работу.	1	карточка
25	Урок 25. Решение задач на движение.	1	карточка
26	Урок 26. Решение задач на движение по реке.	1	карточка
27	Урок 27. Задачи на сложение, вычитание, умножение и деление целых чисел.	1	карточка
28	Урок 28. Задачи на сложение, вычитание, умножение и деление рациональных чисел.	1	карточка
29	Урок 29. Координатная плоскость.	1	карточка
30	Урок 30. Комбинаторные задачи.	1	карточка
31	Урок 31. Логические задачи.	1	карточка
32	Урок 32. Четырехугольники.	1	карточка
33	Урок 33. Симметрия в природе и технике.	1	карточка
34	Урок 34. Игра "Восхождение на математический ОЛИМП"	1	

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Оренбургской области

Управление образования администрации г. Орска

МАОУ «Гимназия № 1 г. Орска»

РАССМОТРЕНО	СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДЕНО
на заседании педагогического совета МАОУ «Гимназия № 1 г. Орска»	заместитель директора	Директор МАОУ «Гимназия № 1 г. Орска»
	_________Никонова С. И.	___________Солопов Е. А.
Протокол №1 от 30. 08. 022 г	Протокол №1 от 30. 08. 022 г	Приказ №__ от 30. 08.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
«Основы статистики и вероятность»

для 8 класса основного общего образования
на 2022 - 2023 учебный год

Составитель: Хрычева Маргарита Николаевна
учитель математики

г. Орск
2022

Элективный курс «Основы теории вероятностей и математической статистики» разработан для обеспечения учеников занятиями по выбору из вариативного компонента базисного учебного плана в школе.

Курс позволяет ученику средней школы приобрести необходимый и достаточный набор умений в области теории вероятностей и статистики.

Цель – формирование новых знаний у учащихся в области комбинаторики, теории вероятности и статистики, формирование у школьников компетенций, направленных на выработку навыков самостоятельной и групповой исследовательской деятельности.

Задачи:

1) научиться решать основные комбинаторные задачи;
2) научиться применять полученные знания в области комбинаторики к решению различных задач теории вероятности.
3) научиться решать простейшие вариативные задачи.
4) интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе. Развитие мыслительных способностей учащихся: умения анализировать, сопоставлять, сравнивать, систематизировать и обобщать.
5) воспитание личности в процессе освоения математики и математической деятельности, развитие у учащихся самостоятельности и способности к самоорганизации.

Сроки реализации программы: 1 год -по 1 часу в неделю, всего 34 часа.

Требования к уровню подготовки учащихся.

В результате изучения курса учащиеся овладевают следующими знаниями, умениями и способами деятельности:

- имеют представление о математике как форме описания и методе познания действительности;
- умеют анализировать, сопоставлять, сравнивать, систематизировать и обобщать;
- умеют самостоятельно работать с математической литературой;
- знают основные правила комбинаторики;
- знают основные понятия теории вероятности и статистики;
- умеют решать задачи по теории вероятности и статистики, применяя формулы комбинаторики;
- умеют представлять результат своей деятельности, участвовать в дискуссиях;
- умеют проводить самоанализ деятельности и самооценку ее результата.

Календарно-тематический план курса

№	Дата	Тема	Кол-во час	тип
1		Случайные события, операции над событиями, вероятность событий	1	Лекция
2		**Случайная выборка и её представление**	1	Лекция
3		*Случайная величина*	1	Практика
4		*Случайная выборка*	1	Практика
5		*Генеральная совокупность*	1	Практика
6		*Ранжированный ряд*	1	Практика
7		*Таблица частот*	1	Практика
8		*Таблица частот. Полигон*		Практика
9		*Интервальная таблица частот*	1	Практика
10		*Интервальная таблица частот. Гистограмма*		Практика
11		*Накопленные частоты*	1	Практика
12		**Статистические характеристики среднего**	1	Лекция
13		Среднее арифметическое	1	Практика
14		Мода	1	Практика
15		Медиана	1	Практика
16		**Статистические характеристики разброса**	1	Лекция
17		Размах	1	практика
18		Дисперсия	1	Практика
19		Среднее квадратичное (стандартное) отклонение	1	Практика
20		**Вероятность и комбинаторика**	1	Лекция
21		Многоэтажный эксперимент	1	Практика
22		Выбор с возвращением и без	1	Практика
23		Правило умножения	1	Практика
24		Правило сложения	1	Практика
25		Правило вычитания	1	Практика
26		Правило сложения и вычитания	1	Практика
27		Факториал	1	Практика
28		Факториал. Решение задач	1	Практика
29		Число сочетаний из N по K	1	Практика
30		Решение задач. Случайная выборка и её представление	1	Практика
31		Решение задач. Статистические характеристики среднего	1	Практика
32		Решение задач. Статистические характеристики разброса	1	Практика
33		Решение задач. Вероятность и комбинаторика	1	Практика
34		Обобщение курса	1	Практика

Содержание программы учебного курса

Случайная выборка и её представление: (9 час)

Случайная величина. Случайная выборка. Генеральная совокупность. Ранжированный ряд. Таблица частот. Полигон. Интервальная таблица частот. Гистограмма. Накопленные частоты.

2 часа- лекция; 7 часов – практическое решение задач из данного раздела

Статистические характеристики среднего: (4 часа)

Среднее арифметическое. Мода. Медиана.

1 час- лекция; 3 часа – практическое решение задач из данного раздела

Статистические характеристики разброса: (4 часа)

Размах. Дисперсия . Среднее квадратичное (стандартное) отклонение

1 час- лекция; 3 часа – практическое решение задач из данного раздела

Вероятность и комбинаторика. (8 часов)

Многоэтажный эксперимент. Выбор с возвращением и без. Правило умножения. Правило сложения. Правило вычитания. Факториал. Число сочетаний из N по K

1 час- лекция; 7 часов – практическое решение задач из данного раздела

Обобщение: (5 часов)

5 часов – практическое решение задач из всех разделов

Литература

1. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика. – М.: Наука, 1975.
2. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 1973.
3. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 1979.
4. Четыркин Е.М., Калахман И.Л. Вероятность и статистика. – М., 1982.
5. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятность. Статистика: Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7 – 9 кл. – М.:Мнемозина, 2002. (к учебникам А.Г. Мордковича)
6. Ткачева М.В.,Федорова Н.Е. Алгебра, 7 – 9: Элементы статистики и вероятность. – М.: Просвещение, 2003. (к учебникам А.Ш. Алимова и др.)
7. Буннмович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика, 5 – 9 кл. – М.: Дрофа, 2002.
8. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События, вероятности, статистическая обработка данных, - Математика (приложение к газете «Первое сентября»), №34, 35, 41, 43, 44, 48, 2002, №11, 17, 2003.
9. Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л. Математические соревнования. Арифметика и алгебра. – М.: Наука, 1998

10. Слойер К. Математические фантазии. – М.: Мир,1993.
11. Тюрин Ю. Н. и др. Теория вероятностей и статистика. – М.: МЦНМО: Московские учебники, 2004.
12. Горелова Г. В., Кацко И. А. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel. – Ростов н/Д: Феникс, 2006.
13. Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей. 7-9 классы./ Авт.-сост. В.Н.Студенецкая. Изд.2-е, испр.- Волгоград: Учитель, 2006.
14. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. – М.: Просвещение, 2006.
15. Палий И.А. Введение в теорию вероятностей. – М.: Высшая школа, 2005.
16. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. – М.: Айрис пресс, 2006.
17. Болдырева М.Х., Карпухин Ю.П., Клековкин Г.А. Комбинаторика. Бином Ньютона. Избранные вопросы школьного курса математики, выпуск 7. – Самара: СИПКРО, 2002.

Занятие 1

В нашей жизни часто приходится иметь дело со случайными явлениями, то есть ситуациями, исход которых нельзя точно предвидеть, например мы не можем точно сказать при подбрасывании монеты упадет она вверх гербом или цифрой. Аналогично не можем точно сказать, сколько очков выбьет стрелок на соревнованиях. Говоря о случайных событиях в нашем сознании возникает представление о вероятности явления.

Под испытанием в теории вероятностей принято принимать наблюдение какого-либо явления при соблюдении определенного набора условий, который каждый раз должен выполняться при повторении данного испытания. Если то же самое испытание производиться при другом наборе условии, то считается, что это уже другое испытание.

Пример: бросаем кубик – это испытание. Бросаем два кубика – другое испытание.

Результатом испытания является событие.

<u>*Событие бывает:*</u>

- достоверное (всегда происходит в результате испытания);
- невозможное (никогда не происходит);
- случайное (может произойти или не произойти в результате испытания).

Например:

1) выпадет восемь очков (невозможное);
2) выпадет не более 6 очков (достоверное);
3) выпадет число три (случайное).

Когда мы говорим о соблюдении набора условий данного испытания, мы имеем в виду постоянство значений всех факторов, контролируемых в данном испытании. Но при этом может быть большое количество неконтролируемых факторов (например, погода, ветер и т.д.), которые трудно или невозможно учесть. Следовательно, значение неконтролируемых факторов могут быть различными при каждом повторении испытания, поэтому результаты испытания оказываются случайными. Событие может произойти или не произойти.

Теория вероятностей рассматривает именно такие события, при этом предполагается, что испытание может быть повторено любое количество раз.

Например, выполнение штрафного броска в баскетболе есть испытание, а попадание в кольцо – событие. Другой пример события – это выпадение определенного числа очков при бросании игральной кости.

В теории вероятности события обозначаются заглавными латинскими буквами: $A, B, C, D\ldots$

Определение: События A и B называются <u>несовместными</u>, если они никогда не могут произойти в результате одного испытания.

События A и B называются <u>совместными</u>, если они могут произойти в результате одного испытания.

Пример: испытание – один раз подбрасываем монету. События: а) выпадет орел; б) выпадет решка.

События A и B не совместны так как при подбрасывании одной монеты одновременно не выпадет орел и решка.

Определение: Событие A называется <u>независимым</u> от события B, если вероятность появления события A не зависит от того, произошло событие B или нет.

Событие A называется <u>зависимым</u> от события B, если вероятность события A меняется в зависимости от того, произошло событие B или нет.

Пример: Уточним понятие независимых событий. Будем бросать две монеты и обозначим как событие A тот факт, что первая монета упадет гербом, событие B – вторая монета упадет гербом, событие C – на одной (и только на одной) монете выпадет герб. Тогда события A, B, C попарно независимы, но два из них полностью определяют третье. Действительно, A и B независимы, так как результаты второго броска никак не зависят от первого броска, A и C (а также B и C) могут показаться зависимыми, но перебором вариантов можно получить, что $p(AC) = 1/4 = p(A)p(C)$, значит, они по определению независимые. С другой стороны, легко убедиться, что любые два события однозначно определяют третье. На этом примере хорошо видно, что события могут быть попарно независимы, но зависимы в совокупности.

Операции над событиями

1.Сумма

Событие C называется суммой $A+B$, которое представляет собой событие, состоящее из появлении хотя бы одного из событий A и B.

Пример: Бросается кубик событие A – выпадет число 2. Событие B – выпадет нечетное число. Тогда событие $C=A+B$. Будет состоять в выпадении двойки или нечетного числа

2. Произведение

Событие C называется произведением A и B, если оно состоит из всех событий, входящих и в A, и в B.

Пример: $C=A \cdot B$ (A- выпадет 3, B – выпадет нечетное число). Тогда C состоит в выпадении только числа 3, так как 3 является нечетным числом.

3.Противоположное

Событие называется противоположным событию A, называется событие, состоящее в непоявлении события A. Обозначается противоположное событие символом $\overline{A}$.

Пример: Противоположными событиями являются промах и попадание при выстреле, или выпадении герба или цифры при одном подбрасывании монеты.

Вероятность событий

а) статистический подход.

Рассмотрим некоторое количество испытаний, в результате которых появилось событие A. Пусть было произведено n испытаний, в результате которых событие A появилось ровно m раз. Тогда отношение $\frac{m}{n}$ - называют *относительной частотой.*

Также при большом количестве повторений испытания частость событий мало изменяется и стабилизируется около определенного значения, а при небольшом количестве повторений она может принимать различные значения. Каждое такое значение в конкретном случае принято называть вероятностью события A и обозначают $P(A)$.

Так как n всегда больше либо равно N, то вероятность заключена в интервале: $0 \le P(A) \le 1$.

Примером может служить выпадение герба или цифры при бросании монеты, которое является простым и наглядным испытанием. Практика человека говорит о том, что при большом числе бросаний примерно в 50% испытаний выпадет герб, а в 50% – цифра. А это уже определенная закономерность. Здесь нас интересует не результат отдельного подбрасывания, а то, что получится после многократных подбрасываний.

б) классическое определение.

В некоторых случая вероятности событий могут быть легко определены исходя из условий испытаний. Пусть испытание имеет n возможных исходов, то есть событий, которые могут появиться в результате данного испытания. При каждом повторении возможно появление только одного из данных исходов (то есть все n исходов несовместны). Кроме того, по условиям испытания нельзя сказать какие исходы появляются чаще других, то есть все исходы являются *равновозможными.* Допустим теперь что при n равновозможных исходах интерес представляет событие A, которое появляется только при m исходах и не появляется при остальных n-m исходах. И принято говорить, что в данном испытании имеется n случаев, из которых m благоприятствуют появлению события A. В таком случае вероятность можно вычислить, как отношение числа случаев благоприятствующих появлению события A (т.е. m), к общему числу всех исходов n: $P(A) = \frac{m}{n}$.

Пример 1. Из колоды с 36 перемешанными картами наудачу извлекается одна карта. Извлечение каждой карты из 36 является равновозможным событием. Поэтому вероятность извлечения "короля" составляет 4/36 = 1/9, карты выбранной масти – 9/36 = 1/4, карты выбранного цвета – 18/36 = 1/2.

Пример 2. Бросают две игральные кости. Требуется найти вероятность того, что сумма очков делится на 5. Возможные суммы очков, делящиеся на 5, равны 5 и 10. Событию "сумма очков равна 5" благоприятствуют события (1; 4), (2; 3), (3; 2), (4; 1), а событию "сумма очков равна 10" – события (4; 6), (5; 5), (6; 4). Таким образом, число благоприятствующих исходов равно 7, общее число равновозможных исходов – 6 " 6 = 36, поэтому вероятность события "сумма очков делится на 5" будет 7/36.

Пример 3. Вероятность извлечения белого шара (событие Б) из урны, содержащей три черных и четыре белых шара: р(Б) = 4/7.

Занятие 2

1. В 9 классе 10 учебных предметов. Сколькими способами можно поставить в среду первый и второй уроки?
2. Для составления двух команд из 40 человек надо выбрать капитанов команд. Каким числом способов это можно сделать?
3. На три призовых места претендуют Вася, Дима и Коля. Каким числом способов могут распределиться призовые места?
4. Сколько существует трехзначных чисел, оканчивающихся тройкой?
5. В партии 10 лотерейных билетов выигрышными являются 5. Приобретено 3 билета. В скольких случаях среди них есть хотя бы один выигрышный?
6. Четыре футболиста, четыре хоккеиста и два баскетболиста хотят сфотографироваться, стоя в один ряд, но так чтобы представители одного вида спорта стояли рядом. Каким числом способов они могут сделать это?
7. В некотором царстве не было двух жителей с одинаковым набором зубов. Каково максимальное количество жителей этого государства?
8. В урне лежат 10 жетонов с числами 1, 2, 3, 4, ..., 10. Из нее вынимают три жетона. Во скольких случаях сумма написанных на них чисел равна 9? Не меньше 9.

Занятие 3

1. Сколькими способами можно разложить в два кармана пять купюр достоинством в 10, 50, 100, 500 и 1000 рублей?
2. Из десяти волейбольных мячей, обозначенных цифрами от 1 до 10, нужно выбрать пять мячей так, чтобы среди выбранных был элемент мяч с номером 5. Сколькими способами это можно сделать?
3. Сколько можно составить пятибуквенных слов из 7 гласных и 25 согласных букв, если гласные и согласные должны чередоваться?
4. Сколькими способами можно разбить 20 футболистов на две команды так, чтобы одна содержала 3 человека, а другая 15 ?
5. Во скольких девятизначных числах все цифры различны?
6. Сколько различных пятизначных чисел можно записать из цифр числа 273485961 так, чтобы четные и нечетные цифры в числе чередовались?
7. Двадцать различных книг отдано двум продавцам. Сколькими способами они могут распределить, если все книги могут быть отданы одному продавцу?

Занятие 4

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: а) сумма выпавших очков равна семи; б) сумма выпавших очков равна 8, а разность четырем; в) сумма выпавших очков равна восьми, если известно, что их разность равна четырем; г) сумма выпавших очков равна пяти, а произведение – четырем?

2. В ящике имеется 10 одинаковых деталей, помеченные номерами 1, 2, ..., 10. Наудачу извлечены шесть деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей окажутся: а) деталь №1; б) детали №1 и №2.

3. Какова вероятность того, что из шести отмеченных чисел в карточке «Спортлото» (игра из 49) k чисел будут выигрышными.

4. Известно, что среди 40 участников имеются 10 мастеров спорта. Среди всех участников случайным образом выбрали первую пятерку, найдите вероятность, что в этой пятерке присутствуют ровно 2 мастера спорта.

5. На карточках написаны буквы: А, З, И, К, Л, Т, У, У, Ф, Ь. Вынимают наугад одну карточку за другой и раскладывают в том порядке в каком они были вынуты. Найти вероятность того, что на карточках будет написано слово ФИЗКУЛЬТУРА.

6. Во всероссийском дне бега каждому участнику присваивался определенный четырехзначный номер. И была проведена акция всем тем у кого на номере встречаются два раза цифра 7 получают в подарок кружку. Определите сколько кружек должен приготовить спорткомитет.

Занятие 5

Приведем основные правила, позволяющие определить вероятность появления сложного события, состоящего из более простых событий, вероятность которых нам известна.

1.Вероятность достоверного события равна единице: P(E)=1.

2. Вероятность невозможного события равна 0: P(Ш)=0.

3. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: P(AB)=P(A)P(B).

Пример: Преступник имеет 3 ключа. В темноте он открывает дверь, выбирая ключ случайным образом. На открытие каждой из дверей он тратит 5 секунд. Найти вероятность того, что он откроет все двери за 15 секунд.

Решение. Пусть событие А – “открыты все двери”. Разобьем это событие на более простые. Пусть В – “открыта 1-я“, С – “ открыта 2-я“, а D – “ открыта 3-я“. Тогда, A=BCD по определению произведения событий. Следовательно P(A)=P(BCD). По теореме о вероятности произведения независимых событий P(BCD) = P(B)P(C)P(D).

Определение. Условной вероятностью события А, при условии, что произошло событие В, называется отношение вероятностей P(AB) к P(B) и обозначается $P_A(B)$:

$$P_B(A)=\frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Пример: Бросается игральный кубик. Какова вероятность того, что выпало число очков, больше трех (событие А), если известно, что выпала четная грань (событие В)?

Решение. Событию В соответствует выпадение чисел 2,4,6. Событию А выпадение чисел 4, 5, 6. Событию $A\cap B$ – 4, 6. Поэтому, используя формулу условной вероятности получим: $P_B(A)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{2}{6}:\dfrac{3}{6}=\dfrac{2}{3}$.

4. Вероятность произведения зависимых событий равна:
$P(AB)=P(A)P_A(B)$.

Пример: Изменим задачу: считаем, что преступник – забывчивый человек. Пусть преступник открыв дверь, оставляет ключ в ней. Какова тогда вероятность, что он откроет все двери за 15 сек?

Решение. Событие А – "открыты все двери". Опять, А=BCD по определению произведения событий. Следовательно P(A)=P(BCD). Но, теперь события B, C и D – зависимы. По теореме о вероятности произведения зависимых событий P(BCD) = P(B)P(C|B) P(D|BC).

Вычислим вероятности : P(B)=1/3, $P_B(C)$=1/2 (ключа осталось только два и один из них подходит!), $P_{BC}(D)$=1/1 и, значит, P(A)=1/6 .

5. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме их вероятностей.

$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$.

Пример: В урне 5 белых, 20 красных и 10 черных шаров, не отличающихся по размеру. Шары тщательно перемешивают и затем наугад вынимают 1 шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется белым или черным?

Решение. Пусть событие А – появление белого или черного шара. Разобьем это событие на более простые. Пусть B1 – появление белого шара, а B2 – черного. Тогда, A=B1+B2 по определению суммы событий. Следовательно P(A)=P(B1+B2). Так как B1 и B2 – несовместные события, то по теореме о вероятности суммы несовместных событий P(B1+B2) = P(B1)+P(B2).

6.Вероятность суммы произвольных событий равна сумме их вероятностей без вероятности произведения событий

P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).

В общем случае данная формулы выглядит так:

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_j)-\sum_{i<j}P(A_i\cdot A_j)+\sum_{i<j<k}P(A_i\cdot A_j\cdot A_k)+\ldots+(-1)^n P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_n)$$

.

Пример: Ведутся поиски двух преступников. Каждый из них независимо от другого может быть обнаружен в течение суток с вероятностью 0,5. Какова вероятность того, что в течение суток будет обнаружен хотя бы один преступник?

Решение. Пусть событие А – "обнаружен хотя бы один преступник". Разобьем это событие на более простые. Пусть B1 – обнаружен первый преступник, а B2 – обнаружен второй преступник. Тогда, A=B1+B2 по определению суммы событий. Следовательно P(A)=P(B1+B2). Так как B1и B2 – совместные события, то по теореме о вероятности суммы событий

P(B1+B2) = P(B1)+P(B2)-P(B1 B2) = 0,5+0,5 – 0,25=0,75.

Занятие 6

1. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число: б) случайно названное двузначное число, цифры которого различны?

2. Монета брошена два раза найти вероятность, что хотя бы один раз появится герб.

3. В коробке имеется шесть одинаковых жетонов с различными номерами. По одному наудачу извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.

4. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найдите вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

5. В волейбольной команде 6 мастеров спорта и 4 кандидата. Наудачу выбранным семи человекам дали премию. Найти вероятность того, что среди получивших премию окажутся три кандидата в мастера спорта?

6. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажутся: а) одно окрашенное изделие; б) два окрашенных изделия; в) хотя бы одно окрашенное изделие.

7. В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

8. Два стрелка стреляют в мишень. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.

Домашнее задание

1. Монету бросают два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится герб.

2. Какова вероятность того, что из шести отмеченных чисел в карточке «Спортлото» (игра из 49) k чисел будут выигрышными.

3. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

Занятие 7

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность, того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

2. Брошены три игральные кости. Найти вероятность следующих событий: а) на двух выпавших гранях появиться одно очко, а на третьей грани – другое число очков.

3. Вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью, меньшей 0,4 можно было ожидать, что не будет ни одного промаха?

4. В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятности, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

5. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными.

6. В цехе работают 7 мужчин и три женщины. Наудачу отобраны три человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.

7. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменаторам три вопроса.

Домашнее задание

1. В ящике 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает четыре детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.

2. Вероятности того, что нужная деталь находится в первом, втором, третьем, четвертом ящике соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятности того, что деталь содержится: а) не более чем в трех ящиках; б) не менее чем в двух ящиках.

Занятие 8

Определение. Совокупность событий A_1, A_2, …, A_n называется полной группой событий, если выполняются следующие условия:

а) она описывает все возможные исходы;

б) события попарно независимы и не совместны.

Пусть дано событие A, оно может наступить при появлении одного из несовместных Событий B_1, B_2,…, B_n, которые образуют полную группу. Нам также известны вероятности $P(A/B_1)$, $P(A/B_2)$, ..., $P(A/B_n)$. Как можно найти вероятность события А? Ответ на этот вопрос дает.

Вероятность события А, которое может наступить лишь при условии появлении одного из несовместных событий B_1, B_2,..., B_n, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятности каждого из этих событий на собственную условную вероятность:

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+...+P(B_n)P_{B_n}(A).$$

Эту формулу также называют формулой полной вероятности.

Пример: В проведении операции по освобождению заложников участвуют 2 группы снайперов: 10 человек с винтовкой ОП21 и 20 человек с АКМ47. Вероятность поражения из ОП21 – 0,85, а АКМ47 – 0,65. Найти вероятность того, что при одном выстреле произвольного снайпера преступник будет поражен.

Решение. Пусть событие А – "преступник поражен". Разобьем это событие на более простые. Преступник может быть поражен либо из ОП21, либо из АКМ47. Вероятность того, что произвольный снайпер вооружен ОП21 (событие Н1) равна 10/30. Вероятность того, что произвольный снайпер вооружен АКМ47 (событие Н2) равна 20/30.

Вероятность того, что преступник поражен равна:

$$P(A)=P(H1)P_F(H1)+P(H2)P_A(H2)=\frac{10}{30}\cdot 0.85+\frac{20}{30}\cdot 0.65$$

Составим задачу: Пусть дано событие А, оно может наступить при появлении одного из несовместных Событий B_1, B_2,..., B_n, которые образуют полную группу. Так как нам заранее не известно, какое событие наступит, их называют гипотезами. Допустим, что произведено испытание в результате, которого появилось событие А. Поставим своей задачей определить как изменились вероятности гипотез, в связи с тем что событие А уже наступило. Другими словами определим следующие условные вероятности:

$$P_A(B_1),\ P_A(B_2),\ ...,\ P_A(B_n).$$

Определить данные вероятности можно при помощи формулы **Бейеса**:

$$P_A(B_i)=\frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)},$$

Заменив $$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+...+P(B_n)P_{B_n}(A)$$

получим:

$$P_A(B_i)=\frac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+...+P(B_n)P_{B_n}(A)}.$$

Пример: На склад поступило 1000 подшипников. Из них 200 изготовлены на 1-м заводе, 460–на 2-м и 340 – на 3-м. Вероятность того, что подшипник окажется нестандартным, для 1-го завода равна 0,03, для 2-го – 0,02, для 3-го – 0,01. Взятый наудачу подшипник оказался нестандартным. Какова вероятность того, что он изготовлен 1-м заводом?

Решение: Пусть А – событие, состоящее в том, что взятый Подшипник нестандартный, а – H_1, H_2, H_3, гипотезы, что он изготовлен соответственно 1-м, 2-м или 3-м заводом. Вероятности указанных гипотез составляют : $P(H_1)=200/1000=0.2$, $P(H_2)=460/1000=0.46$, $P(H_1)=340/1000=0.34$.

Из условия задачи следует, что $p_1=P_{H1}(A)=0{,}03$; $p_2=P_{H2}(A)=0{,}02$; $p_3=P_{H3}(A)=0{,}01$.

Найдем вероятность того, что подшипник, оказавшийся нестандартным, изготовлен 1-м заводом. По формуле Бейеса имеем:

$$P_A(H_1)=\frac{P(H_1)p_1}{P(H_1)p_1+P(H_2)p_2+P(H_3)p_3}=\frac{0.2*0.03}{0.2*0.03+0.46*0.02+0.34*0.01}=0.322$$

Занятие 9

1. Среди N экзаменационных билетов n «счастливых». Студенты подходят за билетами один за другим. У кого больше вероятность взять счастливый билет: у того, кто подошел первым, или у того, кто подошел вторым? Какова вероятность взять «счастливый» билет у последнего студента?

2. Экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Определить вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса из одного билета или на один вопрос из первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.

3. Во время испытаний было установлено, что вероятность безотказной работы прибора при отсутствии повреждений равна 0,99, при перегреве – 0,95, при вибрации – 0,9, при вибрации и перегреве – 0,8. Найти вероятность Р1 отказа этого прибора во время работы в жарких странах (вероятность перегрева – 0,2, вибрации – 0,1) и вероятность Р2 отказа во время работы в передвигающейся лаборатории (вероятность перегрева – 0,1, вибрации – 0,3), если считать перегрев и вибрацию независимыми событиями.

4. По каналу связи передают символы А, В, С с вероятностями 0,4; 0,3; 0,3 соответственно. Вероятность искажения символа равна 0,4, и все искажения равновероятны. Для увеличения надежности каждый символ повторяют четыре раза. На выходе восприняли последовательность ВАСВ. Какова вероятность того, что передали АААА, ВВВВ, СССС?

5. На наблюдательной станции установлены 4 радиолокатора различных конструкций. Вероятность обнаружения целей с помощью первого локатора равна 0,86, второго 0,9, третьего 0,92, четвертого 0,95. Наблюдатель наугад включает один из локаторов. Какова вероятность обнаружения цели?

6. Вероятность того, что двое близнецов будут одного пола 0,64, а вероятность рождения в двойне первым мальчика 0,51. Найти вероятность того, что второй из близнецов будет мальчиком, при условии, что первый из них мальчик.

Домашнее задание

1. Некоторая деталь производиться на двух заводах. Известно, что объем продукции первого завода в к раз превышает объем второго. Доля брака на первом заводе 0,3, на втором 0,2. Наугад взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что эта деталь выпущена первым заводом?

2. Среди женщин – избирателей 70% поддерживают кандидата А, а среди мужчин 60%. Используя данные переписи, согласно которым доля женщин избирателей составляет 55%, оценить вероятность победы на выборах кандидата А.

3. Трое сотрудников фирмы выдают соответственно 30%, 50%, 20% всех изделий, производимой фирмой. У первого брак 2%, второго 5%, третьего 1%. Какова вероятность, что случайно выбранное изделие дефектно?

Занятие 10

Изучение случайных величин требует связи этих величин с определенными событиями, которые заключаются в попадании случайной величины в некоторый интервал и для которых определены вероятности. Другими словами необходимо связать случайную величину с полем данного испытания.

Для лучшего понимания рассмотрим пример. При бросании кости могли появиться цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Наперед определить число выпавших очков невозможно, так как это зависит от многих случайных величин, которые полностью не могут быть учтены. В этом смысле число очков есть величина случайная; и числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 – есть возможные значения этой величины.

Определение: Случайной называют величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперед неизвестное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Будем обозначать случайные величины прописными (заглавными) буквами: X, Y, Z, а их возможные значения соответствующими строчными буквами x, y, z. Если величина X имеет три значения то они будут обозначены так: x_1, x_2, x_3 .

Обычно рассматриваются два типа случайных величин: дискретные и непрерывные.

Рассмотрим следующий **пример:** Число мальчиков пошедших в секцию бальных танцев среди 100 пришедших туда людей есть случайная величина, которая может принимать следующие значения 0, 1, 2, ..., 100. Эти значения отделены друг от друга промежутками, в которых нет возможных значений X . таким образом в этом примере случайная величина принимает отдельные изолированные значения.

Приведем **второй пример**: расстояние, которое пролетит диск при метании, есть величина случайная. Действительно величина зависит от многих факторов, например от ветра, температуры и других факторов, которые не могут быть полностью учтены. Возможные значения этой величины принадлежат некоторому промежутку (a;b).

В данном примере случайная величина может принять любое из значений промежутка (a;b). Здесь нельзя отделить одно возможное значение от другого промежутком, не содержащим возможных значений случайной величины.

Уже из сказанного можно заключить о том, что целесообразно будет различать случайные величины, принимающие лишь отдельные изолированные значения, и случайные величины, возможные значения которых сплошь заполняют некоторый промежуток.

Дискретной (прерывной) называют случайную величину, которая принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным или бесконечным.

Непрерывной называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка. Очевидно, число возможных значений непрерывной случайной величины бесконечно.

Еще примерами непрерывных случайных величин могут быть спортивный результат в беге или прыжках, рост и масса тела человека, сила мышц и другие.

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.

Для задания дискретной случайной величины не достаточно перечислить все возможные ее значения, нужно еще указать их вероятности.

Законом распределения дискретной случайной величины называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями; его можно задать таблично, в виде формулы и графически.

При табличном задании первая строка содержит возможные значения, а вторая – их вероятности:

X	x_1	x_2	...	x_n
p	p_1	p_2	...	p_n

Сумма вероятностей второй строки таблицы равнеа единице:

$p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$.

Если множество возможных значений X бесконечно, то ряд $p_1 + p_2 + ...$ сходится и его сумма равна единице.

Для наглядности закон распределения дискретной случайной величины можно изобразить и графически, для чего в прямоугольной системе координат строят точки

$(x_i; p_i)$, а затем соединяют их отрезками прямых. Полученную фигуру называют многоугольником распределения.

Для непрерывной случайной величины график выглядит в виде кривой непрерывной на данном промежутке.

Занятие 11

Как известно закон распределения полностью характеризует случайную величину. Однако часто закон распределения неизвестен и приходится ограничиваться меньшими сведениями. Также для решения многих задач не нужно знать распределения случайной величины, а достаточно знать лишь некоторые обобщающие числовые характеристики этого распределения.

Одной из таких характеристик является математическое ожидание. Для более наглядного определения рассмотрим подход к этому понятию на конкретном примере.

Пусть имеется дискретная случайная величина X, которая может принимать значения $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Вероятности которых соответственно равны $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Тогда математическое ожидание M(X) случайной величины X определяется равенством:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n.$$

Пример: Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	**-4**	**6**	**10**
P	**0,2**	**0,3**	**0,5**

Решение: M(X)=-4·0,2+6·0,3+10·0,5=6

Математическое ожидание приближенно равно (тем точнее, чем больше число испытаний) среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

На практике часто требуется оценить рассеяние возможных значений случайно величины вокруг ее среднего значения. Например, в артиллерии важно знать, насколько кучно лягут снаряды вблизи цели, которая должна быть поражена. Именно такие задачи решает дисперсия.

Определение: Дисперсией случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонений случайной величины от ее математического ожидания. Дисперсия обозначается, как D(x)

$D(X)=M[X-M(X)]^2=M[(x-\underline{x})^2]$

Пример: Найти дисперсию случайной величины X, которая задана следующим законом распределения:

X	1	2	5
p	0,3	0,5	0,2

Решение. Найдем математическое ожидание:

$$\boldsymbol{M(X) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,5 + 5 \cdot 0,2 = 2,3}.$$

По определению:

$$\boldsymbol{D(X) = (1-2,3)^2 \cdot 0,3 + (2-2,3)^2 \cdot 0,5 + (5-2,3)^2 \cdot 0,2 = 1,69 \cdot 0,3 + 0,09 \cdot 0,5 + 7,69 \cdot 0,2 = 2,01}$$

.

Используя формулу $D(X)=M(X)^2-[M(X)]^2$ можно найти дисперсию гораздо быстрее:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 7,3 - 5.29 = 2.01.$$

Для оценки рассеяния всевозможных значений случайной величины вокруг ее среднего значения кроме дисперсии служат и другие величины.

Средним квадратическим отклонением величины X называют квадратный корень из дисперсии $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$

Занятие 12

1. Найти дисперсию дискретной случайной величины X и построить многоугольник распределения, заданной законом распределения:

а)

X	-4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

б)

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 50 р. и десять выигрышей по 1 р. Найти закон распределения случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца лотерейного билета.

2. Дискретная случайная величина имеет только 2 возможных значения x и y, причем x<y. Вероятность того, что X примет значение x =0,6. Найти закон распределения величины X, если математическое ожидание и дисперсия известны: M(X)=1,4, D(X)=0.24.

Занятие 13

В практике статистических наблюдений различают два вида наблюдений:

- Сплошное (изучаются все объекты);
- Выборочное (несплошное, когда изучается часть объектов).

Примером сплошного наблюдения является перепись населения, охватывающее все население страны. Выборочными наблюдениями является, например, проводимые социологические исследования, охватывающие часть населения страны, области, района и т.д.

Определение: Вся подлежащая изучению совокупность объектов называется **генеральной совокупностью**.

Определение: Часть объектов, которая отобрана для непосредственного изучения из генеральной совокупности, называется **выборочной совокупностью или выборкой**.

Числа объектов в генеральной или выборочной совокупности называют их **объемами.** Генеральная совокупность может иметь конечный и бесконечный объем.

Сущность выборочного метода состоит в том, чтобы по некоторой части генеральной совокупности (по выборке) выносить суждение о ее свойствах в целом.

Преимущества выборочного метода:

- Экономия затраты ресурсов
- Единственно возможный в случае бесконечной генеральной совокупности или в случае, когда исследовании связано с уничтожением наблюдаемых объектов (например исследование долговечности электрических лампочек и т.д)
- Возможность углубленного исследования за счет расширения программы исследования при тех же затратах.
- Снижение ошибок регистрации.

Неизбежные ошибки, возникающие в связи с изучением части объектов, могут быть заранее оценены и по средствам правильной организации выборки сведены к незначимым величинам.

Между тем использование сплошного наблюдения часто приводит к снижению точности наблюдения, а это у же вызывает неустранимые ошибки, и может привести к снижению точности сплошного наблюдения по сравнению с выборочным.

Чтобы по данным выборки иметь возможность судить о генеральной совокупности, она должна быть отобрана случайно. На практике отбор может выполняться с помощью жеребьевки (лотереи) или с помощью случайных чисел.

Основной недостаток выборочного метода – ошибки исследования, называемые ошибками репрезентативности.

Выборка называемая репрезентативной (представительной), если она достаточно хорошо воспроизводит генеральную совокупность.

Виды выборок:

- собственно – случайная выборка (случайный выбор элементов без расчленения на части или группы)
- механическая выборка (элементы отбираются через определенный интервал)
- типическая выборка (выбор случайным образом элементов из типических групп, на которые по некоторому признаку разбивается генеральная совокупность)
- серийная выборка (случайным образом отбираются целые группы совокупности, а сами серии подвергаются сплошному наблюдению)

Способы образования выборки:

- повторный выбор – каждый элемент, случайно отобранный и обследованный, возвращается в общую совокупность и может быть повторно отобран.
- Бесповторный отбор – когда обратный элемент не возвращается в общую совокупность.

Наименование характеристик и	Генеральная совокупность	Выборка
Математическое ожидание	$\bar{x}_0 = \dfrac{x_1N_1 + x_2N_2 + ... + x_nN_n}{N}$	$\bar{x}_0 = \dfrac{x_1n_1 + x_2n_2 + ... + x_nn_n}{n}$
Дисперсия	$\sigma^2 = \dfrac{(x_1 - \bar{x}_0)^2 N_1 + ... + (x_n - \bar{x}_0)^2 N_n}{N}$	$s^2 = \dfrac{(x_1 - \bar{x}_0)^2 n_1 + ... + (x_n - \bar{x}_0)^2 n_n}{N}$
Доля	$p = \dfrac{M}{N}$	$w = \dfrac{m}{n}$

Где x_i – значение признака.

N и n – объемы генеральной и выборочной совокупностей.

N_i и n_i – число элементов генеральной и выборочной совокупностей со значением признака x_i

M и m – число элементов генеральной и выборочной совокупностей, обладающих данным признаком

Пример: генеральная совокупность задана таблицей распределения:

X_i	2	4	5	6
N_i	8	9	10	3

Найти дисперсию.

$$\bar{\sigma} = \frac{8 \cdot 2 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 5 + 3 \cdot 6}{8 + 9 + 10 + 3} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{8 \cdot (2-4)^2 + 9 \cdot (4-4)^2 + 10 \cdot (5-4)^2 + 3 \cdot (6-4)^2}{8+9+10+3} = 1,8$$

Важнейшей задачей выборочного метода является оценка параметров генеральной совокупности по данным выборки.

Занятие 14

Рассмотрим пример:

Необходимо изучить изменение результатов спортсменов, занимающихся легкой атлетикой, по сравнению с предыдущим годом. Получены следующие данные результатов в процентах к предыдущему году: 97,8; 97,10; 101,17;,,,;142,3;141,02.(всего 100 значений.).

Различные значения признака (случайной величины X) называется вариантами (обозначаем их через x).

Первый шаг к осмыслению – упорядочивание. Расположение вариантов в порядке возрастания (убывания), т.е. **ранжирование вариантов ряда.**

Следующим шагом произведем группировку, то есть разобьем на отдельные интервалы. Число интервалов не следует брать большим.

Числа показывающие, сколько раз встречаются варианты из данного интервала, называются **частотами** (n_i), а отношение их к общему числу наблюдений **частостями** $w_i=n/n_i$. Частоты и частости называют **весами.**

I	Результаты в процентах к предыдущему году x	Частота (количество спортсменов)n_i	Частость (доля рабочих)$w_i=n/n_i$	Накопленная частота $n_i^{нак}$	Накопленная частость $w_i^{нак}= n_i^{нак}/n$
1	94,0-100	3	0,03	3	0,03
2	100,0-106,0	7	0,07	10	0,10
3	106,0-112,0	11	0,11	21	0,21
…	…	…	…	…	…
8	136,0-142,0	2	0,02	100	1,00
		100	1,00		

Определение: Вариационным рядом называется ранжированный в порядке возрастания или убывания ряд вариантов с соответствующими им весами (частотами или частостями).

Определение: накопленная частота $n_i^{нак}$ показывает сколько наблюдалось вариантов со значениями признака меньших x.

Накопленная частость – отношение накопленной частоты к общему числу наблюдений: $w_i^{нак}= n_i^{нак}/n$

Теперь полученный нами вариационный ряд позволяет выявить закономерности.

Для задания вариационного ряда достаточно указать варианты и соответствующие им частоты или частости.

Занятия 15-16

Вариационный ряд называется **дискретным**, если любые его варианты отличаются на постоянную величину.

Вариационный ряд называется **непрерывным**, если варианты могут отличаться один от другого на сколь угодно малую величину.

В примере мы привели пример непрерывного ряда.

Для графического изображения вариационного ряда используются:

Полигон – служит для изображения дискретного вариационного ряда и представляет собой ломаную, в которой концы отрезков имеют (x_i, n_i).

Гистограмма служит для изображения интервальных вариационных рядов и представляет собой ступенчатую фигуру из прямоугольников с основаниями, равными интервалам значений признака $к=x_2-x_1$. И высоты равные частотам. Если соединить середины верхних оснований прямоугольников отрезками прямой, то можно получить полигон того же распределения.

Кумулятивная прямая (кумулята) – кривая накопленных частот. Для дискретных рядов кумулята представляет ломаную, соединяющую точки (xi, $n_i^{нак}$) или (x_i, $w_i^{нак}$). Для интервального вариационного ряда ломаная начинается с точки, абсцисса, которой равна началу первого интервала, а ордината – накопленной частоте, равной нулю. Другие точки соответствуют концам интервалов.

Сформулируем принцип практической уверенности:

Если вероятность события А в данном испытании очень мала, то при однократном выполнении испытания можно быть уверенным в том, что событие А не произойдет, и в практической деятельности вести себя так, как будто событие А вообще невозможно.

Например: отправляясь самолетом в другой город, мы не рассчитываем на возможность погибнуть в авиа катастрофе, хотя вероятность такого события имеется.

Но при многократном повторении испытаний мы не можем считать маловероятное событие А практически невозможным.

Определение: Статистической гипотезой называется любое предположение о виде или параметрах неизвестного закона распределения.

Проверяемую гипотезу обычно называют нулевой и обозначают H_0. Также рассматривают альтернативную (конкурирующую гипотезу) H_1 являющуюся отрицанием H_0.

Суть проверки статистической гипотезы состоит в вычислении статистики данной выборки. Затем по выборочному распределению определятся критическое значение. Если статистика больше критического значения, то событие можно считать практически не возможным.

Сравнение двух совокупностей имеет важное практическое значение. На практике часто встречается случай, когда средний результат одной серии эксперимента отличается от среднего результата другой серии.

Пример: В промышленности данная задача возникает при выборочном контроле качества изделий, изготовленных на разных установках или при различных технологических режимах.

Пусть имеются две совокупности, характеризуемые генеральными средними x и y. И дисперсиями для которых найдены средние арифметические и выборочные дисперсии. Необходимо проверить гипотезу H_0 о равенстве генеральных средних. Тогда статистика находится по следующей формуле:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_1} + \frac{\sigma_y^2}{n_2}}}$$

Если $t > t_{кр}$ то гипотеза H_0 отвергается. Если нет, то делается вывод что нулевая гипотеза не противоречит имеющимся наблюдениям.

Занятия 17 – 18

Определение: Корреляционной зависимостью между двумя переменными величинами называется функциональная зависимость между значениями одной из них и условным математическим ожиданием другой.

Корреляционная зависимость может быть представлена в виде:

$$\grave{I}_{\tilde{\delta}} = \varphi(\tilde{\delta})$$

Это уравнение называют уравнением регрессии, а их графики линиями регрессии.

Для отыскания уравнений регрессий необходимо знать закон распределения двумерной случайной величины.

Данные о статистической зависимости удобно задавать в виде корреляционной таблицы.

Вес (кг) (X)	Середины интервалов x_i y_j	Рост (см) (y)					
		155-160	160-165	165-170	170-175	Всего (n_i)	Групповая Средняя $\overline{y}_i$
		157,5	162,5	167,5	172,5		
40-45	42,5	2	1		7	10	168,5
45-50	47,5	3	6	4	6	19	165,9
50-55	52,5		3	11	1	15	166,8
60-65	62,5	2	1	2		5	162,5
70-75	72,5				1	1	172,5
Всего n_j		7	11	17	15	50	
Групповая средняя $\overline{x}_i$		50,4	49,8	52,5	47,2		

Вычисленные групповые средние изобразим графически в виде ломанной, называемой эмпирической линией регрессии.

По виду ломанной можно предположить наличие линейной функциональной зависимости между случайными величинами X и У, то есть имеется функция y=kx+b, где

$$k = \frac{\mu}{\sigma_x^{\ 2}};\ b = \overline{y} - \frac{\mu}{\sigma_x^{\ 2}}\overline{x}$$

Где μ выборочная коварияция и равна:

$$\mu = \frac{x_1 y_1 n_{11} + \ldots + x_n y_n n_{nn}}{n} - \overline{xy}$$

$$\overline{x} = \frac{(42.5\cdot 10 + 47.5\cdot 19 + 52.5\cdot 15 + 62.5\cdot 5 + 72.5\cdot 1)}{50} = 50$$

$$\vec{\delta} = \frac{(157.5\cdot 7 + 162.5\cdot 11 + 167.5\cdot 17 + 172.5\cdot 15)}{50} = 166.5$$

$$\sigma^2{}_x = \frac{(42{,}5\text{-}50)^2\cdot 10 + (47{,}5\text{-}50)^2\cdot 19 + (52{,}5\text{-}50)^2\cdot 15 + (62{,}5\text{-}50)^2\cdot 5 + (72{,}5\text{-}50)^2)}{50} = 41.25$$

$\mu = -1901.23$ К=-46,09 В=2471,02 У=-46,09х+2471,02

Занятия 19-20

1. В ходе исследования результатов забега на 100 метров юношами одиннадцатых классов двух групп – экспериментальной и контрольной – были получены данные, представленные в таблице.
2.

Время (секунды)	12,3-13,9	13,9-15,5	15,5-17,1	17,1-17,7
Число юношей экспериментальной группы	3	20	20	2
Число юношей контрольной группы	1	8	18	3

1) Изобразить данные графически, построив гистограммы для каждой группы.
2) Для каждой группы определить среднее значение, дисперсию, моду и медиану.
3) Проверить гипотезу о равенстве средних двух групп учащихся, используя критерий Стьюдента и полагая критическое значение статистики 1,67.

Домашняя работа.

В ходе исследования результатов высоты прыжка с места спортсменов – велосипедистов двух групп – экспериментальной и контрольной – были получены данные, представленные в таблице.

Высота прыжка (см)	37-45	45-53	53-61	61-69
Число юношей экспериментальной группы	4	20	10	1
Число юношей контрольной группы	2	15	20	3

1) Изобразить данные графически, построив гистограммы для каждой группы.

2) Для каждой группы определить среднее значение, дисперсию, моду и медиану.

3) Проверить гипотезу о равенстве средних двух групп учащихся, используя критерий Стьюдента и полагая критическое значение статистики 1,67.

Занятия 21-22

Подготовка к контрольной работе.

Комбинаторика:

1. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз.
2. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?
3. Сколькими способами можно выбрать 2 детали из ящика, содержащего 10 деталей?
4. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше цифры единиц?
5. В нашем распоряжении есть три различных флага. На флагштоке поднимается сигнал состоящий не менее, чем из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается.
6. В карточке игры «Русское лото» нужно зачеркнуть 6 чисел от 1 до 99. Сколькими способами это можно сделать?
7. Сколько различных имен – отчеств можно составить из имен Надежда, Иван, Андрей, Наталья, Дмитрий, Людмила, Александр?
8. Шесть ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?

Вероятность:

1. В партии 10 из деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей 4 стандартных.
2. В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.
3. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.
4. В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих, 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.
5. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45, во вторую 0,35. Найти вероятность, того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую область, либо во вторую.

6. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: а) на каждой из выпавших граней появиться пять очков. Б) на всех выпавших гранях появиться одинаковое количество очков.

7. Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием 0,8, а вторым 0,7.

8. Имеется 3 ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

9. В урне 5 белых, 4 черных, 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появиться белый шар, при втором – черный и при третьем – синий.

10. В мешочке имеется 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекают по одному три кубика. Найти вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если кубики извлекаются: а) без возвращения; б) с возвращением.

11. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий: 0,8, 0,7, 0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.

12. вероятности попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий равны 0,7 и 0,8. Найти вероятность попадания при одном залпе хотя бы одним орудием.

13. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго 0,9. Найти вероятность того, что взятая на удачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

14. В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных, во второй коробке 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

15. Детали, изготовленные цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контроллеров Вероятность того, деталь попадет к первому контроллеру равна 0,6, а ко второму 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контроллером 0,94, а вторым 0,98. Годная деталь при проверки была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контроллер.

16. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания цель первым, вторым и третьим орудиями равны: 0,4, 0,3 и 0,5.

Приложение 2

Самостоятельная работа № 1

1. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше цифры единиц?
2. В нашем распоряжении есть три различных флага. На флагштоке поднимается сигнал состоящий не менее, чем из двух флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается.
3. В карточке игры «Русское лото» нужно зачеркнуть 6 чисел от 1 до 99. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколько различных имен – отчеств можно составить из имен Надежда, Иван, Андрей, Наталья, Дмитрий, Людмила, Александр?
5. Шесть ящиков занумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 20 одинаковых шаров так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?

Самостоятельная работа № 2

1. Найти вероятность того, что при бросании трех игральных костей шестерка выпадает на одной (безразлично какой) кости, если на гранях двух других костей выпадут числа очков, не совпадающие между собой (и не равные шести).
2. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их на удачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
3. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий только два изделия высшего сорта.
4. Вероятности попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны: 0,7 и 0,8. Найти вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) хотя бы одним из орудий.
5. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков – конусный, а второй эллиптический.

Самостоятельная работа № 3

1. В сборочный цех завода поступает 40% деталей из первого цеха и 60 процентов из второго. В цехе номер 1 производиться 90% стандартных деталей, а во втором 95%. Найти вероятность, того, что наудачу взятая деталь окажется стандартной? Найти вероятность того, что стандартная деталь изготовлена вторым цехом.
2. Из 40 экзаменационных билетов студент выучил только 30. Каким выгоднее ему зайти на экзамен, первым или вторым?
3. Прибор содержит две микросхемы. Вероятность выхода из строя в течение 10 лет первой микросхемы равна 0.007, а второй 0.1. Известно, что из строя вышла одна микросхема. Какова вероятность того, что вышла из строя первая микросхема?

Самостоятельная работа № 4

1. Монета бросается 4 раза. Построить многоугольник распределения случайной величины X – числа выпадений герба.

2. В урне 8 шаров, из которых 5 белых, остальные – черные. Из нее наудачу вынимают 3 шара. Найти закон распределения числа белых шаров. Вычислить Математическое ожидание и дисперсию.

3. Вероятность сдачи экзамена первым студентом 0.6, а вторым 0.9. Составить ряд распределения и вычислить ее математическое ожидание и дисперсию случайной величины X – числа студентов, успешно сдавших экзамен в случае, когда: а) экзамены пересдавать нельзя; б) экзамен можно один раз пересдать.

Контрольная работа

1. На каждой из семи одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв о, п, т, к, н, и, с. Найдите вероятность того, что на четырех, вынутых по одной и расположенных в одну линию, карточках можно будет прочитать слово «кино».

2. В фирме работают 9 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобрали 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 2 женщины.

3. Два стрелка стреляют по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0.7, для второго 0.85. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

4. В магазин завезли 3 коробки импортной обуви и 5 коробок отечественной. Вероятность того, что импортная обувь без брака – 0.8; отечественная – 0.7. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная пара обуви из наудачу взятой коробки без брака.

5. В ходе исследования результатов забега на 100 метров юношами одиннадцатых классов двух групп – экспериментальной и контрольной – были получены данные, представленные в таблице.

Время (секунды)	12,3-13,9	13,9-15,5	15,5-17,1	17,1-17,7
Число юношей экспериментальной группы	3	20	20	2
Число юношей контрольной группы	1	8	18	3

Изобразить данные графически, построив гистограммы для каждой группы. Для каждой группы определить среднее значение, дисперсию, моду и медиану. Проверить гипотезу о равенстве средних двух групп учащихся, используя критерий Стьюдента и полагая критическое значение статистики 1,67.